# Jeunes Chercheurs en Analyse des Équations Dispersives

Université Paris 13
18-20 juin 2018

## Résumés

### Léo Bigorne

Titre : Propriétés asymptotiques des solutions à données petites du système de Vlasov-Maxwell.

Résumé : Glassey-Strauss ont prouvé que les solutions du système de Vlasov-Maxwell étaient globales lorsque les données initiales étaient petites et à support compact. Ils ont également établi que le taux de décroissance de ces solutions était optimal mais ils n'ont pas obtenu d'estimations sur leurs dérivées. Le but ici sera de montrer comment la méthode des champs de vecteurs, développée par Christodoulou et Klainerman pour les équations de Maxwell et par Joudioux-Fajman-Smulevici pour l'équation de Vlasov, peut être utilisée pour revisiter ce problème. Cela permet notamment d'enlever toutes les hypothèses de support compact et d'obtenir le taux de décroissance optimal des dérivées des solutions.

### Charles Collot

Titre : Self-similary in singularities of the unsteady Prandtl's equations and related problems.

Résumé : Prandtl's equations arise in the description of boundary layers in fluid dynamics. Solutions might blow up in finite time, with the first reliable numerical studies performed by Van Dommelen and Shen, and a rigorous proof done later in the seminal work of E and Engquist in two dimensions. The precise structure of the singularity has not been confirmed yet mathematically. This talk will focus on a result precising the work of E and Engquist by the construction of detailed blow-up solutions of a reduced problem. A possible extension of this work, and other related results, will then be given. This is a collaboration with T.-E. Ghoul, S. Ibrahim and N. Masmoudi.

**Thibault De Poyferré**

Titre : Vagues de gravité et fond émergent.

Résumé : La compréhension du comportement des ondes à la surface d'un fluide lorsqu'elles rencontrent une réémergence du fond (île, plage,...) est compliquée par la présence d'une arête dans le domaine fluide au niveau de la ligne triple. L'étude du problème de Cauchy associé impose l'étude de la régularité elliptique dans de tels domaines, la compréhension du linéarisé autour d'une solution quelconque, et la mise en place d'une procédure de quasi-linéarisation. A l'aide de ces outils, je présenterai des estimations a priori, première étape vers l'existence locale.

**Anne-Sophie De Suzzoni**

Titre : Asymptotics for the Hartree equation (joint work with C. Collot).

Résumé : In this talk, we will present one model (in the mean field limit) for large systems of particles interacting via a potential $w$. This model is a Hartree equation on random fields in $\mathbb{R}^d$ that admits equilibria related to thermodynamical equilibria. We study the asymptotic stability of these equilibria. One issue that arises is the fact that these equilibria are not localised in space, their laws are invariant by translation in space. We prove a scattering result around these equilibria under some assumptions on $w$. The proof is based on a high frequency/low frequency analysis and a reformulation of the problem.

**Lysianne Hari**

Titre : Un résultat de type "scattering" pour NLKG dans des espaces produits.

Résumé : Dans cet exposé, nous nous intéresserons au phénomène de « scattering » pour certaines EDPs non-linéaires posées sur un produit d'espace euclidien et variété compacte riemannienne $\mathbb{R}^d \times M^k$.
D'une part, les résultats sur $\mathbb{R}^d$ sont bien connus : sous certaines conditions sur la non-linéarité, on peut comparer, en temps longs, la solution non-linéaire à des solutions linéaires. Ce résultat est dû à un bon contrôle de la solution non-linéaire. D'autre part, des résultats similaires dans le cadre d'une variété riemannienne compacte n'ont pas lieu d'être.
La question que l'on se pose est donc la suivante : si on se place sur un espace produit, quel est le comportement dominant ? Peut-on espérer avoir du « scattering » en faisant vivre seulement une partie des variables spatiales dans $\mathbb{R}^d$ ? Autrement dit : un contrôle « partiel » de la solution peut-il suffire à obtenir du « scattering » ? Ces problèmes ont d'abord été étudiés pour l'équation de Schrödinger (NLS) mais nous présenterons un résultat récent sur l'équation de Klein-Gordon (NLKG). Nous verrons quelles sont les conditions naturelles sur la non-linéarité pour espérer des résultats de type « scattering » dans un espace produit et donnerons des idées de preuve pour la partie "technique" du résultat.

**Cécile Huneau**

Titre : Limite haute fréquence pour les Équations d'Einstein avec symétrie U(1).

Résumé : Dans cette exposé je présenterai la construction d'une famille de solutions des équations d'Einstein dans le vide avec symétrie U(1), qui s'écrivent comme somme d'un nombre arbitraire d'ondes planes hautes fréquences voyageant dans des directions différentes. Dans la limite haute fréquence, cette famille converge vers une solution des Équations d'Einstein couplées aux équations d'Euler sans pression pour un fluide de photons. Cette construction est un exemple de l'effet de "backreaction" étudié par les physiciens (Isaacson, Burnet, Green, Wald...) : les inhomogénéités à petite échelle ont un effet sur la dynamique à grande échelle sous la forme de la présence d'un tenseur énergie-impulsion effectif. C'est un travail en collaboration avec Jonathan Luk (Stanford).

**Jacek Jendrej**

Titre : Dynamique de deux-solitons en forte interaction pour certaines équations dispersives.

Résumé : Certaines équations dispersives possèdent des solutions spéciales, appelées "ondes solitaires" ou "solitons", qui ne changent pas de forme au cours du temps. On appelle "deux-soliton pure" une solution qui converge vers une superposition de deux solitons découplés. Si l'interaction entre les deux solitons n'est pas intégrable en temps, on dit qu'ils interagissent fortement. Je considère le problème de déterminer la distance entre deux solitons en forte interaction. Je discuterai surtout le cas de l'équation wave maps énergie-critique équivariante, où la réponse à cette question permet de prouver le caractère non-élastique de la collision de deux solitons en forte interaction. Travail en collaboration avec Andrew Lawrie.

**David LaFontaine**

Titre : A propos des équations des ondes et de Schrödinger en dehors de plusieurs obstacles convexes.

Résumé : Afin d'étudier les équations non linéaires associées aux équations des ondes et de Schrödinger, il est crucial de comprendre comment le flot linéaire décroit. Lorsqu'une trajectoire captée existe, une perte est inévitable au niveau d'une première famille d'estimations à priori du flot linéaire : les estimations régularisantes. En contraste de quoi, nous montrerons qu'à l'extérieur de plusieurs obstacles strictement convexes, les estimations des normes espace-temps des solutions, dites de Strichartz, sont valables sans perte par rapport à l'espace libre pourvu que la dynamique des trajectoires captées soit suffisamment instable.
Nous dirons enfin un mot des équations non linéaires défocalisantes associées : dans des géométries n'induisant pas trop de concentration de l'énergie, on s'attend à ce que les solutions se comportent de manière linéaire asymptotiquement en temps. Nous présenterons des résultats allant dans ce sens dans des géométries captantes instables.

**Joseph Thirouin**

Titre : Classification des ondes progressives pour une équation de Szegő quadratique.

Résumé : Dans cet exposé, j'expliquerai comment classifier complètement les ondes progressives de l'équation de Szegő quadratique suivante (où figure le projecteur de Szegő, noté $\Pi$) :

$$i\partial_t u = 2J\Pi(|u|^2) + \bar{J}u2, \quad J = J(u) := \int_{\mathbb{T}} |u|^2 u \in \mathbb{C}.$$

Il s'agit d'une équation intégrable dont certaines solutions sont turbulentes, au sens où elles explosent en temps infini dans les topologies $H^s$, $s > 1/2$, tout en restant bornées dans $H^{1/2}$. Le résultat de classification est le suivant : l'équation admet deux familles d'ondes progressives, qui sont des fonctions rationnelles, dont l'une est engendrée par un état fondamental stable, tandis que l'autre est orbitalement instable.

**Mouhamadou Sy**

Titre : Solutions fortes globales pour des EDPs surcritiques.

Résumé : Dans cet exposé, nous utiliserons des techniques probabilistes basées sur la méthode de fluctuation-dissipation pour étudier les EDPs surcritiques. On présentera principalement des résultats d'existence globale de solutions fortes obtenus sur l'équation SQG, un travail en commun avec J. Földes de UVa. Cette équation constitue un modèle ayant une grande similarité avec le système d'Euler 3D. Puis nous discuterons de résultats similaires pour des EDPs dispersives surcritiques telles que les équations de Klein-Gordon et de Schrödinger septiques.

**Victor Vilaça da Rocha**

Titre : Mise en évidence de tores KAM linéairement instables pour un système de Schrödinger sur le tore.

Résumé : A travers l'étude d'un système de deux équations de Schrödinger cubiques couplées sur le tore, cet exposé a pour but de mettre en évidence un comportement vraiment non linéaire : l'existence de solutions quasi-périodiques (ou tores KAM) linéairement instables. Le fait de travailler en dimension 1 permet d'obtenir une approche agréable pour utiliser la structure hamiltonienne du système via un théorème KAM et la construction d'une forme normale de Birkhoff. Ceci est un travail en collaboration avec Benoît Grébert.